

(後期日程)

令和 4 年度 数 学

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、3 ページあります。

試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。

- 3 すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 4 解答は、すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。
- 5 問題冊子の余白は下書きに使用してよい。
- 6 解答用紙はすべて机の上に出しておくこと。机の中に入れてはいけません。

1

次の に適する数を、解答用紙の指定のところに記入せよ。

- (1) 空間のベクトル \vec{p} が、3つのベクトル \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} と実数 x , y , z を用いて $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ と表されるとする。

$$\begin{array}{lll} \vec{p} \cdot \vec{a} = 4, & \vec{p} \cdot \vec{b} = 4, & \vec{p} \cdot \vec{c} = 23, \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = 1, & \vec{b} \cdot \vec{c} = -2, & \vec{c} \cdot \vec{a} = 0, \\ |\vec{a}| = 1, & |\vec{b}| = 2, & |\vec{c}| = 3 \end{array}$$

が成り立つとき、 $x =$ ア , $y =$ イ , $z =$ ウ である。

- (2) 関数 $f(x) = \log(x^2 + e)$ ($x \geq 0$) について、曲線 $y = f(x)$ の変曲点を P とする。このとき、 $y = f(x)$ 上の点 P における接線の方程式は

$$y = \text{ エ } x + \text{ オ }$$

である。

- (3) $\int_{-\pi}^{\pi} |x| \cos 3x \, dx =$ カ である。

- (4) $\int_{\log 2}^{\log 5} \frac{2e^x}{e^{2x} - 1} \, dx =$ キ である。

- (5) 1 から 7 までの数字が書かれたカードがそれぞれ 4 枚ずつある。この合計 28 枚のカードから 2 枚のカードを同時に引くとき、カードに書かれた数の和が 3 の倍数になる確率は ク である。

- (6) 数列 $\{a_n\}$ は公比が r の等比数列で、

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 2, \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} = -3$$

を満たすとする。このとき $r =$ ケ , $a_1 =$ コ である。

数学の試験問題は次に続く。

2

以下の問いに答えよ。

- (1) i を虚数単位とし、 a を実数とする。 $2i$ が方程式 $z^6 = a$ の解であるとき、 a の値と $2i$ 以外の解をすべて求めよ。
- (2) a を無理数とする。実数 x が $\cos x + \cos ax = 2$ を満たすための必要十分条件は、 $x = 0$ であることを証明せよ。
- (3) $2^{|x+1|} + 2^{|x-1|+1} = 5\sqrt{2}$ を満たす実数 x をすべて求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

3

n を 2 以上の自然数とし、曲線 $y = x^n$ ($x > 1$) 上の点 $A(t, t^n)$ における接線を ℓ とする。また、 ℓ 上に点 B, C を、 B の x 座標は t より大きく、 C の x 座標は t より小さくなるようにとる。点 $D(t, t^n + 1)$ とし、 y 軸上に点 E を $\angle EAC = \angle DAB$ となるようにとる。 ℓ の傾きを $\tan \theta_1$ 、 E と A を通る直線の傾きを $\tan \theta_2$ とする。ただし、 $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$ 、 $0 < \theta_2 < \frac{\pi}{2}$ である。

以下の問いに答えよ。

- (1) ℓ の方程式を n と t を用いて表せ。
- (2) $\angle DAB = \theta$ とするとき、 θ_1, θ_2 を θ を用いて表せ。
- (3) θ_2 を θ_1 を用いて表せ。
- (4) $\tan \theta_2$ を $\tan \theta_1$ を用いて表せ。
- (5) E の y 座標を n と t を用いて表せ。
- (6) E の y 座標が t の値に関係なく一定となるような n の値を求めよ。