

(前期日程)

令和4年度 数 学

問題の選択方法

以下に示す問題を解答すること。

学 部	学科等	解答する問題
教育学部	学校教育教員養成課程 (「数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B」 受験者)	1 2 3
	学校教育教員養成課程 (「数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B」 受験者)	2 3 4
理学部	理学科 数学受験	4 5 6
医学部	医学科	4 5 6
工学部	工学科 理型入試 (社会デザインコースを除く)	4 5 6
	工学科 文理型入試 (社会デザインコース)	1 2 3
農学部	全学科	1 2 3

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、7ページあります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 4 解答は、すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。
- 5 問題冊子の余白は下書きに使用してよい。
- 6 解答用紙はすべて机の上に出しておくこと。机の中に入れてはいけません。

1

(教育学部(「数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B」受験者), 工学部工学科文理型入試(社会デザインコース), 農学部)

以下の問いに答えよ。

- (1) t を実数とする。原点を中心とする半径1の円と、2点 $A(-1, 0)$, $B(0, t)$ を通る直線との2つの交点のうち、 A でない交点を C とする。 C の座標を t を用いて表せ。
- (2) 2次方程式 $x^2 - 3x + 4 = 0$ の2つの解を α, β とするとき、 $\alpha^3 + \beta^3$ の値を求めよ。
- (3) $m^2 - mn - 2n^2 = 22$ を満たす自然数の組 (m, n) をすべて求めよ。
- (4) 赤玉4個, 白玉3個, 黒玉2個が入っている袋から, 3個の玉を同時に取り出すとき, 取り出した玉の色がすべて異なる確率を求めよ。
- (5) 次の和を求めよ。

$$\sum_{n=1}^{98} \frac{1}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}$$

数学の試験問題は次に続く。

2

(教育学部, 工学部工学科文理型入試(社会デザインコース), 農学部)

以下の問いに答えよ。

- (1) n を自然数とすると,

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (2n - 1)^2 = {}_{2n+1}C_3$$

が成り立つことを数学的帰納法によって証明せよ。

- (2) θ が $\frac{\pi}{3} \leq \theta < \pi$ を満たすとき,

$$0 < \frac{\cos \theta + 1}{\sin \frac{\theta}{2} + 1} \leq 1$$

が成り立つことを証明せよ。

- (3) 関数 $y = |x - 1| - 2|x + 1|$ ($-4 \leq x \leq 2$) の最大値, 最小値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

3

(教育学部, 工学部工学科文理型入試(社会デザインコース), 農学部)

n を自然数とし, p を正の実数とする。放物線

$$C: y = -x^2 + 4$$

上に点 $P(p, -p^2 + 4)$, $Q(-p, -p^2 + 4)$ がある。 C 上の点 P における接線を l_1 とし, 点 P と点 $(0, -n)$ を通る直線を l_2 とする。以下の問いに答えよ。

- (1) l_1 の傾きを p を用いて表せ。
- (2) l_2 の傾きを p, n を用いて表せ。
- (3) l_1 と l_2 が垂直であるとき, p を n を用いて表せ。
- (4) l_1 と l_2 が垂直であるとき, 直線 PQ と C で囲まれる部分の面積 S_n を求めよ。
- (5) (4) で求めた S_n について, $S_n \geq 288$ となる n の最小値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

4 (教育学部(「数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B」受験者), 理学部, 医学部, 工学部工
学科理型入試(社会デザインコースを除く))

次の に適する数を, 解答用紙の指定のところに記入せよ。

(1) $f(x) = \sin^2\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ のとき, $f'(0) =$ ア である。

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+4} - b}{x} = 1$ が成り立つとき, $a =$ イ , $b =$ ウ である。

(3) p, q を正の実数とし, 空間内の4点 $A(p, 1, 0), B(p, -1, 0), C(-q, 0, 0), D(0, 0, 1)$ を考える。 $\triangle ABC$ が正三角形で, 2つのベクトル $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ が垂直であるとき, $p =$ エ , $q =$ オ である。

(4) z, w を $|z| = 2, |w| = 5$ を満たす複素数とする。 $z\bar{w}$ の実部が3であるとき, $|z - w| =$ カ である。

(5) 関数 $f(x)$ が $f(x) = x + \int_0^x f(t) \sin t dt$ を満たすとき, $f(0) =$ キ である。

(6) 媒介変数 $t > 0$ を用いて $x = t + e^t, y = 2 + \log t$ と表された曲線の $t = 1$ に対応する点における接線の方程式は, $y =$ ク $x +$ ケ である。

数学の試験問題は次に続く。

5

(理学部, 医学部, 工学部工学科理型入試(社会デザインコースを除く))

以下の問いに答えよ。

(1) $\{a_n\}$ を初項が 6, 公差が 3 の等差数列, $\{b_n\}$ を初項が 3, 公比が 2 の等比数列とする。

(i) a_2, a_3, b_2, b_3 を求めよ。

(ii) すべての $n \geq 4$ について $a_n < b_n$ となることを証明せよ。

(2) s, t を実数とする。 x についての 2 次方程式 $x^2 + sx + t = 0$ のすべての解の実部が負であるような点 (s, t) の領域を st 平面上に図示せよ。

(3) 関数 $y = |x - 1| - 2|x + 1|$ ($-4 \leq x \leq 2$) の最大値, 最小値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

6

(理学部, 医学部, 工学部工学科理型入試(社会デザインコースを除く))

以下の問いに答えよ。

- (1) t は $0 < t < 1$ であるとする。座標平面上を動く点 Q を考える。 Q は次の規則(*)に従う移動を繰り返す。

Q が点 (x, y) にいるとき,

- (*) 点 $(x + 3, y + 2)$ または点 $(x + 2, y + 5)$ のどちらかにそれぞれ確率 t , 確率 $1 - t$ で移動する。

n を自然数とし, はじめ原点にいた Q が n 回移動したとき, 直線 $y = x$ 上にいる確率を P_n とおく。

- (i) $\vec{a} = (3, 2)$, $\vec{b} = (2, 5)$ とする。次の条件(#)を満たす自然数の組 (ℓ, m) をすべて求めよ。

- (#) 原点に関する位置ベクトルが $\ell\vec{a} + m\vec{b}$ となる点が直線 $y = x$ 上にある。

- (ii) (i)で求めた (ℓ, m) について, $\ell + m$ のとりうる値の最小値を N とする。このとき, $P_1, P_2, \dots, P_N, P_{N+1}, \dots, P_{2N}$ を求めよ。

- (iii) t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき, (ii)で求めた P_N が最大となる t を求めよ。

(2) x を実数とし, 無限等比級数

$$(\diamond) \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^4} + \frac{1}{(x+1)^6} + \cdots + \frac{1}{(x+1)^{2n}} + \cdots$$

を考える。

(i) 無限等比級数 (\diamond) が収束するような x の値の範囲を求めよ。

(ii) x が (i) で求めた範囲にあるとき, 無限等比級数 (\diamond) の和を求めよ。

(iii) (ii) で求めた和を $f(x)$ とおく。 k を 2 以上の自然数とすると, 曲線 $y = f(x)$ と, 直線 $x = 1$, $x = k$, および x 軸で囲まれた部分の面積 S_k を求めよ。

(iv) (iii) で求めた S_k について, 極限 $\lim_{k \rightarrow \infty} S_k$ を求めよ。