

中学校数学の証明学習における 記述支援を通じた論理構成力育成の試み

大野蒼太[†] 河村泰之[†]

愛媛大学教育学部[†]

1. はじめに

中学校数学の証明学習において、学習者は事柄の根拠を明らかにし、筋道を立てて説明することが求められる。この学習には、仮定から結論に至る道筋を構想し推論を組み立てる論理の構成力と、それを数学的な形式に従って表現する記述力の二つが必要である。

しかし実際の教育現場では、これら双方をバランスよく指導することは容易ではない。とりわけ証明学習の初期段階では、学習者が論理の構成を考える以前に、証明特有の記述形式でつまづきやすい。記述の誤りに関する指導に時間を割かれ、論理の構成力の指導が十分になされていないことが現状である。

こうした証明記述の形式主義的な課題に対し、歴史的にも議論がなされてきた。アメリカでは長らく、左側に主張 (Statements)、右側に根拠 (Reasons) を分離して記述する二列証明 (Two-column proof) が主流である [1]。この形式の利点は二つあり、一つ目は主張と根拠を構造的に分離している点、二つ目は全ての主張に対して必ず根拠を記述しなければならない点にある。これにより、記述力不足による影響を排除して主張のみに集中させることができ、論理の飛躍や不備を検出しやすくするという特徴を持つ。

しかし、この手法が日本の数学教育において広く定着するには至らなかった。背景として、日本では文章による証明記述が重視されてきたことが挙げられる。二列証明は主張と理由の欄で分けることで論理の点検を行いやすい一方、文章としての一体的な記述力の育成が弱まり得るとの指摘もされている。

そこで、本研究では文章による記述の指導を維持したまま論理構成力を高めるツールを構築

する。二列証明が記述欄を主張と理由に分けることで論理の点検を促すのに対し、本システムでは学習者の記述文を解析し、主張に相当する要素を抽出して提示することで、文章を分断せずに論理構造の把握を支援する。

本研究では、論理構成力の中で仮定から結論までの骨組みを作ることができる力に焦点を置き、学習者が本ツールを繰り返し使用することによって論理の構成力が向上したかどうか検証し、本ツールの有用性を示す。

2. 本ツールの概要

本ツールは、学習者が作成した数学の証明記述に対し、即時かつ適応的なフィードバックを提供する Web アプリケーションである。

学習者は、記述した証明を撮影して提出する。ツールは提出画像を解析した上で、答案の形式的な誤りを指摘する記述支援機能に加え、論理ブロックを用いた構造化による論理構成力育成機能を備えている。

2.1. 致命的な誤りを検出する機能

次節で述べる論理構成力の育成へ進むための前提確認として、証明として成立しない致命的な誤りを検出する役割を担う。学習者が答案を送信すると、システムは画像を解析し、仮定や結論の記述漏れ、あるいは証明の方針における根本的な矛盾や論理破綻の可能性のある箇所を指摘する。また、記述が極めて不明瞭で解析不能な場合もここで指摘をする。

2.2. 論理構成力育成に関する機能

次に、論理構成力育成のための機能について述べる。本機能は、学習者が証明の道筋の構築に行き詰まった場合や、論理的な飛躍が生じている場合に、それを乗り越えるための足場かけ

として提供される。

支援の具体的プロセスとして、システムは学習者の記述を解析し、それを論理ブロックとして構造化して可視化する。この際、記述の中から主張のみを抽出し、根拠や接続詞などの情報を排除して表示する点が特徴である。また、現状記述されているブロックから結論に至るまでの間に存在する論理的な空白を視覚的に明示する。

この機能を通じて、学習者の論理構成力が向上するメカニズムは、以下の2点から説明される。

第一に、記述の要素を取り除き主張を抜き出し証明の骨格を強調して表示することで、論理構造に焦点化することができる。

第二に、俯瞰的な視点の獲得である。主張間の論理的な空白を視覚的に明示することで、学習者は試行錯誤的な記述から脱却し、証明の全体像を俯瞰する視点を獲得する。これにより空白と前後の関係に注目し結論に至るために何が欠けているかという思考が促される。結果として証明の骨組みを作ることができる力が養われる。

加えて、本システムは即時フィードバック機能により、論理構成力の定着を促進する。従来の紙媒体による指導では、答案作成から評価までにタイムラグが生じ、自身の思考プロセスを修正する機会が失われがちであった。対して本システムでは、学習者は自身の構築した論理の妥当性をその場で検証し、直ちに再構築するサイクルを繰り返すことができる。この反復的な試行錯誤を行うことによって論理の飛躍や不備を自律的に修正する能力を養い、結果的に論理構成力の育成につながる。

2.3. 記述支援に関する機能

論理構成が妥当であると判定された段階、あるいは学習者が論理構成を完了した段階で、支援する機能である。システムは、計算ミス、数式の誤記、用語の誤用といった記述力不足による誤りを検出した場合、画像上の該当箇所にアンダーラインを付与して視覚的に指摘する。論理の構成に集中させた後、記述の正確性を担保することで、学習者は論理と記述を切り分けて学習することが可能となる。これにより、数学的な記述力の向上も見込まれる。

3. 検証方法

本ツールの論理構成力育成に対する効果を検

証するため、中学校第3学年の生徒を対象に比較実験を行う。まず、ランダムにAグループとBグループの2群に分け、全員に対して現状の論理構成力を測るテスト1を実施する。第一段階として、Aグループは本ツールを使用し、Bグループはツールを使用せずに同一の証明問題演習を行う。その後、効果測定のためのテスト2を実施することで、ツールの使用有無による論理構成力の差異を検証する。続いて、第二段階として条件を入れ替え、Bグループは本ツールを使用し、Aグループはツールを使用せずに演習を行う。その後、テスト3を実施する。ここでは、Bグループにおいて第一段階と同様の介入効果が再現されるかを確認すると同時に、Aグループにおいてはツールによる支援がなくなった後も論理構成力が維持されているかを検証する。最後に、学習の順序や問題への慣れによるバイアスを排除するため、各グループをさらに折半して混合し、ツール使用群と非使用群に再編した上で演習を行い、最終的なテスト4を実施する。

分析にあたっては、計算ミスや数式の記述誤りといった記述力に起因する誤りは評価対象とせず、仮定から結論までの骨組みが正しく構成されているかを評価することで、本ツールの継続的な使用が生徒の論理構成力の向上および定着に寄与したかを検証する。

4. 最後に

本研究では、記述式の証明において学習者が記述力による誤りに気を取られず、論理の構成に注力できるツールを構築した。本ツールは、記述内容を論理ブロックとして構造化し、主張のみを抽出することで、証明の骨格を強調する。また、比較実験を通じて、仮定から結論までの骨組みを作る論理構成力の向上に寄与するかを検証する。

参考文献

- [1] Herbst, P. G. (2002). Establishing a custom of proving in American school geometry: Evolution of the two-column proof in the early twentieth century, *Educational Studies in Mathematics*, 49, pp. 283-312.