（前期日程）

令和６年度　数　学

問題の選択方法

以下に示す問題を解答すること。

学　部	学科等	解答する問題
教育学部	学校教育教員養成課程 （「数Ⅰ・数Ⅱ・数Ａ・数Ｂ」　受験者）	1　2　3
理学部	理学科　数学受験	4　5　6
医学部	医学科	4　5　6
工学部	工学科　理型入試 工学科　デジタル情報人材育成特別プログラム	4　5　6
	工学科　文理型入試	1　2　3
農学部	全学科	1　2　3

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，８ページあります。

　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。

4　解答は，すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。

5　解答用紙はすべて机の上に出しておくこと。机の中に入れてはいけません。

1 (教育学部，工学部(文理型入試)，農学部)

以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = -x^3 + 3x - 1$ の極値を求めよ。

(2) $0 \leqq x < \pi$ のとき，方程式 $4\sin x\cos x = \sqrt{3}$ を解け。

(3) 第2項が6で，初項から第3項までの和が21であり，公比が1より小さい等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) 3個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(i) 出た目の積が奇数になる確率

(ii) 出た目の積が4の倍数になる確率

(5) a，b を実数とし，i を虚数単位とする。$1 + i$ が3次方程式 $x^3 + ax^2 - 4x + b = 0$ の解であるとき，a，b の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

2 （教育学部，工学部（文理型入試），農学部）

以下の問いに答えよ。

(1) n が自然数のとき，$3^{n+1}+7^n$ が 4 の倍数であることを証明せよ。

(2) s，t を $s>t>0$ を満たす実数とする。

(i) 不等式 $\dfrac{s+t}{2}>\sqrt{st}$ が成り立つことを証明せよ。

(ii) $\log_{10}\dfrac{s+t}{2}$ と $\dfrac{\log_{10}s+\log_{10}t}{2}$ の大小を調べよ。

(3) 連立不等式

$$\begin{cases} 2x-y<0 \\ x+y>0 \end{cases}$$

の表す領域を D とする。

(i) D を座標平面上に図示せよ。

(ii) 点 $\mathrm{P}(s,\ t)$ は領域 D 内にあるとする。P を中心とする半径 1 の円が，2 直線 $2x-y=0$，$x+y=0$ の両方に接するとき，s と t の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

3 **（教育学部，工学部（文理型入試），農学部）**

以下の問いに答えよ。

(1) t を実数とする。座標空間に 3 点 $A(-2,\ 0,\ \sqrt{2})$，$B(0,\ -2,\ \sqrt{2})$，$C(t,\ t,\ 0)$ がある。また，$\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ のなす角を θ とし，$\triangle ABC$ の面積を S とする。

(i) 内積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ を求めよ。

(ii) $\sin\theta$ を t を用いて表せ。

(iii) S を t を用いて表せ。

(iv) S の最小値を求めよ。

(2) 放物線 $y = x^2 - \dfrac{3}{4}$ を C とする。C 上の点 P における C の接線を ℓ とし，ℓ の傾きは 1 であるとする。また，放物線 C と直線 ℓ および y 軸で囲まれた図形の面積を S とし，放物線 C と直線 ℓ および x 軸で囲まれた図形の面積を T とする。

(i) 点 P の座標および接線 ℓ の方程式を求めよ。

(ii) S の値を求めよ。

(iii) T の値を求めよ。

(iv) S と T の値の大小を調べよ。

4 （理学部，医学部，工学部（理型入試，デジタル情報人材育成特別プログラム））

次の $\boxed{}$ に適する数を，解答用紙の指定のところに記入せよ。

(1) iを虚数単位とする。$z = \sqrt{3} + i$のとき，$\dfrac{1}{z}$の絶対値は $\boxed{(ア)}$ であり，また，izの偏角θは $\boxed{(イ)}$ である。ただし，$0 \leqq \theta < 2\pi$とする。

(2) 楕円 $\dfrac{x^2}{4} + (y-1)^2 = 1$ 上の点 $\left(\sqrt{3},\ \dfrac{3}{2}\right)$ における接線の方程式が $y = ax + b$ であるとき，$a =$ $\boxed{(ウ)}$，$b =$ $\boxed{(エ)}$ である。

(3) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin^2\theta\, d\theta =$ $\boxed{(オ)}$ であり，$\displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}\, dx =$ $\boxed{(カ)}$ である。

(4) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} =$ $\boxed{(キ)}$ であり，

$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_1^n \frac{dx}{(2x-1)(2x+1)} =$ $\boxed{(ク)}$ である。

(5) 3個のさいころを同時に投げるとき，出た目の積が奇数になる確率は $\boxed{(ケ)}$ であり，出た目の積が4の倍数になる確率は $\boxed{(コ)}$ である。

数学の試験問題は次に続く。

5 （理学部，医学部，工学部（理型入試，デジタル情報人材育成特別プログラム））

以下の問いに答えよ。

(1)　n が自然数のとき，$3^{n+1}+7^n$ が 4 の倍数であることを証明せよ。

(2)　関数 $f(x)=|x^3\cos x|$ が $x=0$ で微分可能かどうかを調べよ。

(3)　連立不等式

$$\begin{cases} 2x-y<0 \\ x+y>0 \end{cases}$$

の表す領域を D とする。

(i)　D を座標平面上に図示せよ。

(ii)　点 $\mathrm{P}(s,\ t)$ は領域 D 内にあるとする。P を中心とする半径 1 の円が，2 直線 $2x-y=0$，$x+y=0$ の両方に接するとき，s と t の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{6}$ **(理学部，医学部，工学部(理型入試，デジタル情報人材育成特別プログラム))**

以下の問いに答えよ。

(1) Oを原点とする座標平面上に

点 $A_n(x_n,\ y_n)$ および点 $B_n(-y_n,\ x_n)$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

がある。ただし，$x_1=y_1=1$ とし，

$$\overrightarrow{OA_{n+1}}=\overrightarrow{OA_n}+\frac{1}{2}\overrightarrow{A_nB_n}\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たすとする。

(i) x_2，y_2，x_3，y_3 の値を求めよ。

(ii) $\triangle OA_nB_n$ は $\angle A_nOB_n$ が直角の直角二等辺三角形であることを証明せよ。

(iii) $r_n=|\overrightarrow{OA_n}|$ とおくとき，r_n を n を用いて表せ。

(iv) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}|\overrightarrow{A_nA_{n+1}}|$ を求めよ。

(2)　a, b を実数とし，t を正の実数とする。関数 $y = \log x$ のグラフを x 軸方向に a, y 軸方向に b だけ平行移動して得られる曲線を C とする。また，C は点 $\mathrm{P}(t,\ t)$ において，直線 $y = x$ に接しているとする。曲線 C と直線 $y = x$ および x 軸で囲まれた図形の面積を S とし，曲線 C と直線 $x = t$ および x 軸で囲まれた図形の面積を T とする。

(i)　a, b を t を用いて表せ。

(ii)　曲線 C と x 軸の交点の x 座標を t を用いて表せ。

(iii)　(a)　A を実数とするとき，不定積分 $\displaystyle\int \log(x + A)\,dx$ を求めよ。

(b)　T を t を用いて表せ。

(iv)　極限 $\displaystyle\lim_{t \to \infty} \frac{S}{T^2}$ を求めよ。