（前期日程）

令和７年度　数　学

問題の選択方法

以下に示す問題を解答すること。

学　部	学科等	解答する問題
教育学部	学校教育教員養成課程	1　2　3
理学部	理学科　数学受験	4　5　6
医学部	医学科	4　5　6
工学部	工学科　理型入試 工学科　デジタル情報人材育成特別プログラム	4　5　6
工学部	工学科　文理型入試	1　2　3
農学部	全学科	1　2　3

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，８ページあります。

　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。

4　解答は，すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。

5　解答用紙はすべて机の上に出しておくこと。机の中に入れてはいけません。

1 （教育学部，工学部（文理型入試），農学部）

以下の問いに答えよ。

(1) $\{a_n\}$ を等差数列，$\{b_n\}$ を等比数列とし，数列 $\{c_n\}$，$\{d_n\}$ を

$$c_n = a_n + b_n, \quad d_n = a_n - b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定める。$c_1 = 2$，$c_2 = -\dfrac{1}{2}$，$d_1 = 0$，$d_2 = \dfrac{7}{2}$ のとき，$\{c_n\}$，$\{d_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 半径 2 の円に四角形 ABCD が内接している。AB = 1，AC = CD = DA のとき，次を求めよ。

(i) $\sin \angle \mathrm{ACB}$ の値

(ii) 辺 BC の長さ

(3) 赤球 4 個，青球 3 個，緑球 2 個，白球 1 個が入っている袋から，同時に 2 個の球を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(i) 取り出した 2 個の球が同じ色である確率

(ii) 取り出した 2 個の球のうち，少なくとも 1 個が赤球または青球である確率

(4) $\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 2$ のとき，関数 $y = (\log_2 4x)\left(\log_2 \dfrac{x}{8}\right)$ の最小値と最大値を求めよ。

(5) (i) 整式 $2x^2 + 3x - 3$ を $x - 1$ で割った商と余りを求めよ。

(ii) 整式 $(2x^2 + 3x - 3)^2$ を $(x - 1)^2$ で割った余りを $R(x)$ としたとき，$R(0)$ の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

2 （教育学部，工学部（文理型入試），農学部）

以下の問いに答えよ。

(1) 整数 a が 3 の倍数でないとき，$a^3 + a$ は 3 の倍数でないことを証明せよ。

(2) α，β，x，y を実数とする。

(i) 加法定理

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

を用いて

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

を証明せよ。

(ii) $0 \leqq x < y \leqq \pi$ のとき，$\sin\dfrac{x+y}{2}$ と $\dfrac{\sin x + \sin y}{2}$ の大小を調べよ。

(3) a，b を実数とし

$$P(x) = x^3 + 2(a-2)x^2 + (3-b^2)x + b^2 - 2a$$

とする。

(i) $x = 1$ は方程式 $P(x) = 0$ の解であることを示せ。

(ii) 方程式 $P(x) = 0$ が異なる 2 つの虚数解をもつための a，b の満たすべき必要十分条件を求め，その条件の表す領域を ab 平面上に図示せよ。

数学の試験問題は次に続く。

3 （教育学部，工学部（文理型入試），農学部）

以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ について，放物線 $y = f(x)$ 上の点

$$\mathrm{A}(-1,\ f(-1)),\quad \mathrm{B}(2,\ f(2))$$

における接線をそれぞれ ℓ_1，ℓ_2 とし，ℓ_1 と ℓ_2 の交点を $\mathrm{P}(p,\ q)$ とする。

(i) 直線 ℓ_1 および ℓ_2 の方程式を求めよ。

(ii) p と q の値を求めよ。

(iii) 放物線 $y = f(x)$ と直線 ℓ_1 および直線 $x = p$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(iv) 放物線 $y = f(x)$ と直線 $x = p$ の交点を C とする。放物線 $y = f(x)$ と線分 AC で囲まれた図形の面積 T を求めよ。

(2) Oを原点とする座標空間上に点A(1, 2, 3), B(3, 4, 5)をとり, $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とおく。また, $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とする。

(i) $\vec{a}$, $\vec{b}$ の大きさ $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ および $\cos\theta$ の値を求めよ。

(ii) $\triangle$OABの面積 S を求めよ。

(iii) ベクトル $\vec{e}=(1,\ s,\ t)$ が $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の両方に垂直であるとき, 実数 s と t の値を求めよ。

(iv) Oを通り, 平面OABと垂直な直線を ℓ とする。四面体OABCの体積が1となるような, ℓ 上の点Cをすべて求めよ。

$\boxed{4}$ (理学部，医学部，工学部(理型入試，デジタル情報人材育成特別プログラム))

次の $\boxed{}$ に適する数を，解答用紙の指定のところに記入せよ。

(1) 赤球 4 個，青球 3 個，緑球 2 個，白球 1 個が入っている袋から，同時に 2 個の球を取り出す。取り出した 2 個の球が同じ色である確率は $\boxed{\text{(ア)}}$ であり，取り出した 2 個の球のうち，少なくとも 1 個が赤球または青球である確率は $\boxed{\text{(イ)}}$ である。

(2) $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 2}$ のとき，$f'(0) =$ $\boxed{\text{(ウ)}}$ であり，$f''(0) =$ $\boxed{\text{(エ)}}$ である。

(3) $\displaystyle\int_1^e \frac{\log x}{x}\,dx =$ $\boxed{\text{(オ)}}$ である。

(4) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} x \sin 2x\,dx =$ $\boxed{\text{(カ)}}$ である。

(5) i を虚数単位，t を実数とし，$z = 2 + 3i$ とする。複素数平面上の 3 点

$$\mathrm{A}(z), \quad \mathrm{B}(iz), \quad \mathrm{C}(-1 + ti)$$

を考える。直線 AB と直線 BC が直交するとき，$t =$ $\boxed{\text{(キ)}}$ である。また，3 点 A，B，C が同一直線上にあるとき，$t =$ $\boxed{\text{(ク)}}$ である。

(6) 整式 $x^3 - 2x^2 + 3x - 3$ を $x - 1$ で割った余りは $\boxed{\text{(ケ)}}$ である。また，整式 $(x^3 - 2x^2 + 3x - 3)^5$ を $(x - 1)^2$ で割った余りを $R(x)$ としたとき，$R(0) =$ $\boxed{\text{(コ)}}$ である。

数学の試験問題は次に続く。

5 （理学部，医学部，工学部（理型入試，デジタル情報人材育成特別プログラム））

以下の問いに答えよ。

(1) 整数 a が 3 の倍数でないとき，a^3+a は 3 の倍数でないことを証明せよ。

(2) α，β，x，y を実数とする。

(i) 加法定理

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

を用いて

$$\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

を証明せよ。

(ii) $0 \leqq x < y \leqq \pi$ のとき，$\sin\dfrac{x+y}{2}$ と $\dfrac{\sin x+\sin y}{2}$ の大小を調べよ。

(3) a，b を実数とし

$$P(x)=x^3+(a-4)x^2+(3-b^2)x+b^2-a$$

とする。

(i) $x=1$ は方程式 $P(x)=0$ の解であることを示せ。

(ii) 方程式 $P(x)=0$ が異なる 2 つの虚数解をもつための a，b の満たすべき必要十分条件を求め，その条件の表す領域を ab 平面上に図示せよ。

数学の試験問題は次に続く。

6 （理学部，医学部，工学部（理型入試，デジタル情報人材育成特別プログラム））

以下の問いに答えよ。

(1) aを正の実数とする。関数$f_n(x)$（$n = 1, 2, 3, \cdots$）を

$$f_1(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \qquad f_{n+1}(x) = \frac{1}{2}\int_{x-a}^{x+a} f_n(t)\,dt \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

により定める。また，$A = \dfrac{e^a - e^{-a}}{2}$とおく。

(i) $\dfrac{f_2(x)}{f_1(x)} = A$を証明せよ。

(ii) $f_n(x) = A^{n-1} f_1(x)$（$n = 1, 2, 3, \cdots$）を証明せよ。

(iii) 無限級数$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} f_n(0)$が収束するような$a$の値の範囲を求めよ。

(iv) aが (iii) で求めた範囲にあるとき，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} f_n(0)$を$a$を用いて表せ。

(2) $\vec{a}=(1,\ 2,\ 1)$, $\vec{b}=(1,\ 1,\ 1)$とする。また，sを実数とし，ベクトル$\vec{c}$は条件

$$\begin{cases}\vec{c}=s\vec{a}+\vec{b}\\ \vec{a}\cdot\vec{c}=0\end{cases}$$

を満たすとする。

(i) sの値および$\vec{c}$を求めよ。

(ii) t, uを実数とし，$\vec{d}=t\vec{a}+u\vec{c}$とする。また，$x$を実数とし，ベクトル$\vec{d}$は条件

$$\begin{cases}\vec{a}\cdot\vec{d}=1\\ \vec{b}\cdot\vec{d}=x\end{cases}$$

を満たすとする。

(a) tの値を求めよ。

(b) uをxを用いて表せ。

(c) $f(x)=|\vec{d}|$とする。$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\{f(x)-(px+q)\}=0$が成り立つとき，実数$p$と$q$の値を求めよ。