（後期日程）

令和８年度　数　　学

注意事項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，４ページあります。

　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。

4　解答は，すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。

5　解答用紙はすべて机の上に出しておくこと。机の中に入れてはいけません。

1

次の $\boxed{}$ に適する数を，解答用紙の指定のところに記入せよ。

(1) (i) $\lim_{n \to \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \boxed{(ア)}$ である。

(ii) $\lim_{n \to \infty} (\sqrt{n^2+n} - n) = \boxed{(イ)}$ である。

(2) 不等式$\log_2(4(x-2)) + \log_2(x-3) < 3$の解は $\boxed{(ウ)} < x < \boxed{(エ)}$ である。

(3) 7個の数字 1，2，3，4，5，6，7をすべて用いて7桁の整数を作るとき，偶数は $\boxed{(オ)}$ 個である。また，これらの偶数を小さい方から順に数えたとき，1200番目の数は $\boxed{(カ)}$ である。

(4) 関数$f(x) = -3\sin^2 x + 4\sin x$の最大値は $\boxed{(キ)}$ であり，最小値は $\boxed{(ク)}$ である。

(5) 原点Oと点A(1，2)を通る直線をℓとする。また，点P(1，0)，Q(7，4)とする。

(i) ℓ上の点Rが，$\overrightarrow{QR} \perp \overrightarrow{OA}$を満たすとき，Rの$x$座標は $\boxed{(ケ)}$ である。

(ii) 点Tはℓ上の点とする。$|\overrightarrow{PT}| + |\overrightarrow{TQ}|$の最小値は $\boxed{(コ)}$ である。

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{2}$

以下の問いに答えよ。

(1) 微分係数の定義にしたがって，関数 $f(x) = \sin x$ の $x = a$ における微分係数が $\cos a$ であることを示せ。ただし，$\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を用いてよい。

(2) 関数 $y = xe^{-x}$ の増減，極値，グラフの凹凸および変曲点を調べて，そのグラフの概形をかけ。ただし，$\displaystyle\lim_{x \to \infty} xe^{-x} = 0$ を用いてよい。

(3) 数列 $\{c_n\}$，$\{x_n\}$ がある。$\{c_n\}$ は，条件

$$0 < c_1 < c_2 < \cdots < c_n < c_{n+1} < \cdots, \qquad \lim_{n \to \infty} c_n = 3$$

を満たし，各自然数 n について，$x = x_n$ は連立不等式

$$(\bigstar) \begin{cases} c_n x^2 + (1 - c_n)x - 1 < 0 \\ 2c_{n+1}x^2 + (2 - 3c_{n+1})x - 3 > 0 \end{cases}$$

を満たす。

(i) 自然数 n について，連立不等式($\bigstar$)の解を c_n，c_{n+1} を用いて表せ。

(ii) $\displaystyle\lim_{n \to \infty} x_n$ を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

3

以下の問いに答えよ。

(1) 2つの複素数α，βが，

$$\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2 = 0, \qquad |\alpha + \beta| = 2\sqrt{3}$$

を満たしているとする。

(i) $\alpha \neq 0$であることを示せ。

以下，$\dfrac{\beta}{\alpha}$の虚部は正であるとする。

(ii) $\dfrac{\beta}{\alpha}$を求め，極形式で表せ。ただし，偏角θの範囲は$0 \leqq \theta < 2\pi$とする。

(iii) αの絶対値を求めよ。

(iv) 複素数平面上の3点A(α)，B(β)，C$\left(\dfrac{\beta^3}{\alpha^2}\right)$を考える。このとき，$\triangle$ABCの面積を求めよ。

(2)　$0 < a < 1$ とする。曲線 $y = \log x$ と直線 $x = a$，x 軸で囲まれた部分を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を $V_1(a)$，曲線 $y = \log x$ と直線 $x = a + 1$，x 軸で囲まれた部分を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を $V_2(a)$ とし，$V(a) = V_1(a) + V_2(a)$ とする。

(i)　不定積分 $\displaystyle\int \log x\, dx$ を求めよ。

(ii)　不定積分 $\displaystyle\int (\log x)^2 dx$ を求めよ。

(iii)　$V_1(a)$ を a を用いて表せ。

(iv)　$V(a)$ が最小となる a の値を求めよ。