（前期日程）

令和８年度　　数　　学

問題の選択方法

以下に示す問題を解答すること。

学　部	学科等	解答する問題
教育学部	学校教育教員養成課程	$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$
理学部	理学科　数学受験	$\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$
医学部	医学科	$\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$
工学部	工学科　理型入試Ａ 工学科　デジタル情報人材育成特別プログラム	$\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$
	工学科　理型入試Ｂ 工学科　文理型入試	$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$
農学部	全学科	$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，８ページあります。

　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。

4　解答は，すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。

5　解答用紙はすべて机の上に出しておくこと。机の中に入れてはいけません。

1 （教育学部，工学部（理型入試 B，文理型入試），農学部）

以下の問いに答えよ。

(1) 集合

$A = \{x \mid x \text{は実数}, \ x^2(x^2-1)(x^2-2)(x^2-3)(x^2-4)(x^2-5)=0\}$

の要素の個数を求めよ。また，A の要素のうち無理数であるものの個数を求めよ。

(2) (i) 500 以下の自然数のうち，8 で割り切れない数の個数を求めよ。

(ii) 500 以下の自然数のうち，8 でも 12 でも割り切れない数の個数を求めよ。

(3) n を自然数とする。次のように 3 桁の整数 a_0，a_1，…，a_n を順につくる。$a_0 = 231$ とする。$k = 1, 2, \cdots, n$ に対し，a_{k-1} が定まったとき，硬貨を 1 枚投げて表が出たら a_{k-1} の百の位と十の位を入れ替え，裏が出たら a_{k-1} の十の位と一の位を入れ替える。この操作でできた整数を a_k とする。

a_1，…，a_n がすべて奇数である確率を P_n とするとき，P_1，P_2，P_3 を求めよ。

(4) a, b, c を実数とし，$a > 0$ とする。3 点 $\mathrm{O}(0,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{A}(0,\ 2,\ 2)$，$\mathrm{B}(a,\ b,\ 2)$ を頂点とする $\triangle\mathrm{OAB}$ は正三角形であるとする。さらに，点 $\mathrm{C}(c,\ c+1,\ c+3)$ は平面 OAB 上にあるとする。このとき，a，b，c の値を求めよ。

(5) (i) $t = \cos\theta$ とおくとき，$\cos 2\theta$ および $\cos 4\theta$ を t を用いて表せ。

(ii) $-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ において，$\cos 4\theta + 2\cos^2\theta = 0$ を満たす θ をすべて求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

2 **（教育学部，工学部（理型入試 B，文理型入試），農学部）**

以下の問いに答えよ。

(1) 座標平面において，連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leqq 10 \\ y \geqq -2x \end{cases}$$

が表す領域を D_1，不等式 $x^2 + y^2 \leqq 4$ が表す領域を D_2 とする。

(i) 領域 D_1 を図示せよ。

(ii) 点 $\mathrm{P}(1,\ t)$ が D_1 に属し，かつ D_2 に属さないような t の値の範囲を求めよ。

(2) (i) n が自然数のとき，不等式 $n! \geqq 2^{n-1}$ が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

(ii) (i) を用いて，n が自然数のとき，不等式

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k!} < 2$$

が成り立つことを証明せよ。

(3) 3つの数 $\dfrac{3}{2}$，$\log_2 3$，$\log_3 2$ の大小関係を調べよ。

数学の試験問題は次に続く。

3 **（教育学部，工学部（理型入試 B，文理型入試），農学部）**

以下の問いに答えよ。

(1) 座標平面において，A$(0,\ -2)$，B$(4,\ 0)$とし，$p>0$とする。直線ℓは，放物線$C : y=x^2$上の点P$(p,\ p^2)$と線分ABの内分点Mを通り，さらに，A，Bを通る直線に垂直である。△PAMと△PBMの面積が等しいとき，次の問いに答えよ。

(i) 直線ℓの傾きを求めよ。

(ii) pの値を求めよ。

(iii) △PABの面積を求めよ。

(iv) ℓとCで囲まれた部分の面積を求めよ。

(2) $t > 0$ とし，数列 $\{a_n\}$ を次の (I)，(II) で定める。

(I) 直線 $y = t$ と放物線 $y = x^2$ の交点を $\mathrm{A}_1(a_1,\ {a_1}^2)$，$\mathrm{B}_1(-a_1,\ {a_1}^2)$ とする。ただし，$a_1 > 0$ とする。

(II) $n = 1,\ 2,\ \cdots$ について，a_n が定まっているとき，$0 < a < a_n$ において，4 点 $\mathrm{A}_n(a_n,\ {a_n}^2)$，$\mathrm{B}_n(-a_n,\ {a_n}^2)$，$\mathrm{P}(a,\ a^2)$，$\mathrm{Q}(-a,\ a^2)$ を頂点とする台形の面積を $S_n(a)$ とし，a の関数 $S_n(a)$ が最大となる a の値を a_{n+1} とする。

次の問いに答えよ。

(i) a_1 を t を用いて表せ。

(ii) $S_n(a)$ を a と a_n を用いて表せ。

(iii) a_{n+1} を a_n を用いて表せ。

(iv) a_n を t と n を用いて表せ。

(v) $T_n = S_n(a_{n+1})\ (n = 1,\ 2,\ \cdots)$ とする。T_n を t と n を用いて表せ。

(vi) (v) で定めた T_n について，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} T_k$ を t と n を用いて表せ。

4 （理学部，医学部，工学部（理型入試 A，デジタル情報人材育成特別プログラム））

次の $\boxed{}$ に適する数を，解答用紙の指定のところに記入せよ。

(1) 曲線 $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 上の点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ における接線の傾きが 2 のとき，

$a=$ $\boxed{(ア)}$ ，$b=$ $\boxed{(イ)}$ である。ただし，$a>0$ とする。

(2) 時刻 t における座標が

$$x=\frac{1}{2+\cos t},\quad y=\frac{\sin t}{2+\cos t}$$

で与えられる点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の運動について，時刻 $t=\dfrac{\pi}{2}$ における点 P の速度を $\vec{v}=(p,\ q)$ とすると，$p=$ $\boxed{(ウ)}$ ，$q=$ $\boxed{(エ)}$ である。

(3) 原点 O から出発して数直線上を動く点 P がある。点 P は，さいころをひとつ投げて，2 以下の目が出たら $+1$ だけ移動し，3 以上の目が出たら -1 だけ移動する。

(i) さいころを 2 回投げ終わったとき，点 P が原点 O にある確率は $\boxed{(オ)}$ である。

(ii) さいころを 4 回投げ終わったとき，点 P が原点 O 以外の点にある確率は $\boxed{(カ)}$ である。

(4) $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}\,dx=$ $\boxed{(キ)}$ である。

(5) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{9-x^2}}$ とするとき，$f'(1)=$ $\boxed{(ク)}$ である。また，$f(x)$ は $x=$ $\boxed{(ケ)}$ のとき最小値をとる。さらに，曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=f(\sqrt{5})$ で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積は $\boxed{(コ)}$ である。

数学の試験問題は次に続く。

5 （理学部，医学部，工学部(理型入試 A，デジタル情報人材育成特別プログラム)）

以下の問いに答えよ。

(1) 座標平面において，連立不等式

$$\begin{cases} x^2+y^2 \leqq 10 \\ y \geqq -2x \end{cases}$$

が表す領域を D_1，不等式 $x^2+y^2 \leqq 4$ が表す領域を D_2 とする。

(i) 領域 D_1 を図示せよ。

(ii) 点 $\mathrm{P}(1,\ t)$ が D_1 に属し，かつ D_2 に属さないような t の値の範囲を求めよ。

(2) (i) n が自然数のとき，不等式 $n! \geqq 2^{n-1}$ が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

(ii) (i) を用いて，n が自然数のとき，不等式

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k!} < 2$$

が成り立つことを証明せよ。

(3) 原点を O とする座標平面上に，5 つの点 P_1，P_2，P_3，P_4，P_5 があり，$k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ について，P_k の座標は $(\cos\theta_k,\ \sin\theta_k)$ である。ただし，$0=\theta_1<\theta_2<\theta_3<\theta_4<\theta_5<\pi$ とする。また，

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}_1}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}_2}=\overrightarrow{\mathrm{OP}_2}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}_3}=\frac{\sqrt{3}}{2},\quad \overrightarrow{\mathrm{OP}_3}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}_4}=\overrightarrow{\mathrm{OP}_4}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}_5}=\frac{2}{3}$$

であるとする。

(i) $\overrightarrow{\mathrm{OP}_2}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}_4}$ の値を求めよ。

(ii) $\overrightarrow{\mathrm{OP}_1}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}_5}$ の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

6 （理学部，医学部，工学部（理型入試 A，デジタル情報人材育成特別プログラム））

以下の問いに答えよ。

(1) n を 3 以上の整数としたとき，複素数 α，S を次で定める。i は虚数単位とする。

$$\alpha = \cos\frac{2\pi}{n} + i\sin\frac{2\pi}{n}$$

$$S = \sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{1-\alpha^k} = \frac{1}{1-\alpha} + \frac{1}{1-\alpha^2} + \cdots + \frac{1}{1-\alpha^{n-1}}$$

(i) $k = 1,\ 2,\ \cdots,\ n-1$ について，$\alpha^{n-k} = \dfrac{1}{\alpha^k}$ であることを示せ。

(ii) 複素数 z が，$z \neq 0$，$z \neq 1$ を満たすとき，

$$\frac{1}{1-z} + \frac{1}{1-\dfrac{1}{z}}$$

の値を求めよ。

(iii) $n = 3$ のとき S の値を求めよ。

(iv) $n = 4$ のとき S の値を求めよ。

(v) n が奇数のとき，S の値を n を用いて表せ。

(vi) n が偶数のとき，S の値を n を用いて表せ。

(2) 数列$\{a_n\}$, $\{b_n\}$が

$$\begin{cases} a_1 = b_1 = 1 \\ a_{n+1} = \dfrac{1}{2}(a_n + b_n) \\ b_{n+1} = \dfrac{1}{2}(a_n - b_n) \end{cases} \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たすとする。また点$(a_n,\ b_n)$を通り，原点を中心とする円をC_n，その半径をr_nとし，点$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}r_n,\ -\dfrac{\sqrt{2}}{2}r_n\right)$における$C_n$の接線を$\ell_n$とする。

(i) r_1，r_2，r_3を求めよ。

(ii) r_nをnを用いて表せ。

(iii) 接線ℓ_nの方程式をnを用いて表せ。

(iv) ℓ_nが曲線$D_n : y = \log(x - d_n) + 1$の接線となるように数列$\{d_n\}$を定める。

(a) d_nをnを用いて表せ。

(b) 直線ℓ_n，曲線D_nおよびx軸で囲まれた部分の面積を求めよ。